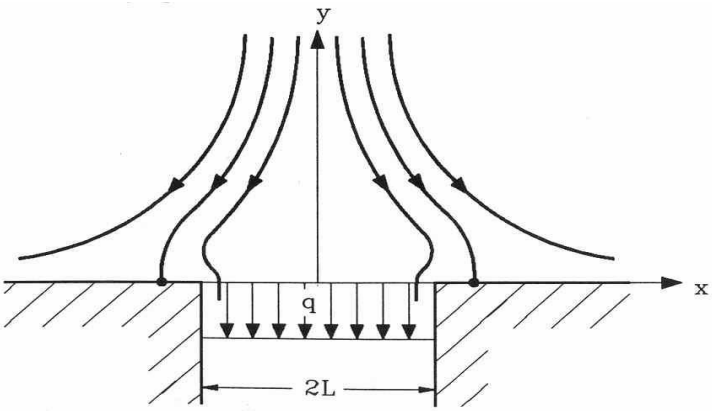


Сурет 121

Сонда:

a) ұрадан шыққан таралған ағын жылдамдығының потенциалын анықтаңыз;

b) қосынды ағын жылдамдығының потенциалын анықтаңыз;

c) жылдамдықтың u және v құраушыларын анықтаңыз (*Нұсқау:* Есепті шығару үшін мына ауыстыруларды $t = (x - x')^2 + y'$, $t = (x - x')/y$ пайдаланып, алдымен дифференциалдап, содан соң интералдаңыз).

d) тұрып қалған аймақтың x-координатасының теңдеуінің табыңыз ($y = 0$);

e) жылдамдықтың $u(x, 0)$ құраушысының $x \to \pm L$ жағдайындағы түрін табыңыз.

3.2-3-есеп. Дөңгелек теоремасы

Потенциалы $F_1(z)$ сығылмайтын сұйықтың жазық қозғалысына координаталар басына радиусы a болатын цилиндр қойылған. Нәтижесінде “дөңгелек теоремасы” деп аталатын теорема бойынша жаңа қосынды ағынның потенциалын $F_2(z)$ аламыз:

$$F_2(z) = F_1(z) + \bar{F}_1\left(\frac{a^2}{z}\right),$$

мұндағы, $\bar{F}_1$ түйіндес комплексті потенциал.

a) дөңгелек цилиндрдің ағыстың $z = 0$ нүктесіндегі комплексті потенциалын есептеңіз;

b) осы жерде $z = ae^{i\varepsilon}$ тәуелділігімен берілген функцияның шеңбер екендігін көрсетіңіз;

c) бірнеше ағын сызығын салыңыз;

d) жылдамдық потенциалын есептеңіз. Тоқтап қалған (қозғалысқа түспейтін аймақ) аймақтың қай жерде екендігін анықтаңыз?

e) блазиус теоремасын пайдаланып цилиндрге әсер ететін күшті табыңыз.

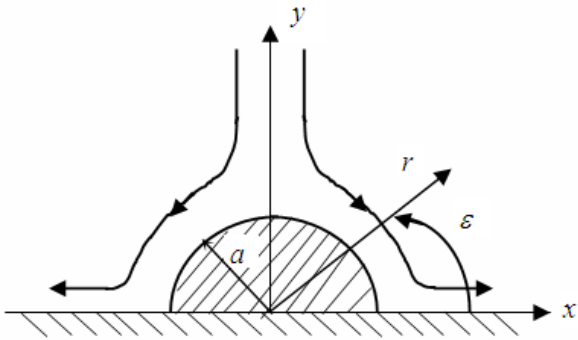
3.2-4-есеп. Жарты цилиндрлі қабырғаға ағынның ағып келуі

Радиусы a болатын жартылай дөңгелек цилиндрлі қабырғаға тұтқырсыз, сығылмайтын сұйықтың құйынсыз ағыны келіп соғылады. Сонда:

a) жылдамдық потенциалын табуға қажетті шекаралық шарттарды қойыңыз;

b) жоғарыда қойылған шекаралық шарттарда жылдамдық потенциалы үшін Лаплас теңдеуін шешіңіз;

c) ағын сызығын салыңыз.



Сурет 122

3.2-5-есеп. Дөңгелек цилиндрді біртекті ағынның ағып өту есебіне Жуковский бейнелеуін пайдалану

Радиусы r_0 болатын дөңгелек цилиндр тұтқырсыз сұйықтың потенциалды ағысына қойылған. Ox осі мен біртекті ағын жылдамдығы арасындағы бұрыш, яғни атқылау бұрышы α-ға тең. Сонда:

a) ағынның жылдамдық потенциалын анықтаңыз;

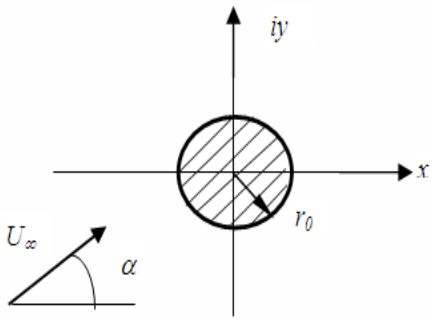
b) тежелу нүктесінің орнын анықтаңыз, ағын сызығын салыңыз;

c) егер дөңгелек цилиндрді $\zeta = (z + r_0^2/z)e^{i\varepsilon}$ ауыстыруы арқылы $-\zeta$ жазықтығына түрлендірсе (Жуковский бейнелеуі), онда қандай фигура алынады?

d) $-\zeta$ жазықтығындағы тежелу нүктесінің орнын анықтаңыз;

e) $|\zeta| \to \infty$ жағдайында ағын қандай сипатқа ие болады?

f) $-z$ жазықтығында дене бетінің контуры бойынша алынған қысымның таралуын салыңыз.



Сурет 123

Берілгендері: r_0, α, U_∞, ρ, p_∞.

Жаттығулар

1. Ағыс өрісінің ағын функциясы берілген $\psi = Ax^2y - By^3$, мұндағы $A = 1\ \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$, $B = \frac{1}{3}\ \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Жылдамдық потенциалының өрнегін табыңыз.

2. Ағыс өрісі $\psi = x^2 - y^2$ арқылы берілген. Сәйкес жылдамдық өрісін табыңыз. Осы ағыс өрісінің құйынсыз екенін көрсетіңіз және потенциалдық функциясын анықтаңыз.

3. Ағыс өрісі $\phi = Ax^2 + Bxy - Ay^2$ арқылы берілген. Сұйық сығылмайтын екенін көрсетіңіз және сәйкес ағын функциясын анықтаңыз.

4. Ағыс өрісі $\phi = Ax + Bx^2 - By^2$ арқылы берілген, мұндағы $A = 1\ \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ $B = 1\ \text{с}^{-1}$. Жылдамдық өрісі мен ағын функциясының өрнегін анықтаңыз. Координаталар басы мен $(\text{x,y}) = (1,2)$ нүктесі арасындағы қысымдар айырмашылығын анықтаңыз.

5. Ағыс өрісі $\phi = Ay^3 - Bx^2y - By^2$ жылдамдық потенциалы арқылы берілген, мұндағы $A = \frac{1}{3}$ м$^{-1} \cdot$ с$^{-1}$, $B = 1$ м$^{-1} \cdot$ с$^{-1}$. Жылдамдық векторының шамасын анықтайтын өрнекті табыңыз. Осы ағыс үшін ағын функциясын табыңыз. Ағын сызықтары мен изопотенциалдарды салыңыз. Олардың өзара ортогональ екенін визуалды түрде көрсетіңіз.

6. Сығылмайтын сұйық $\psi = 3Ax^2y - Ay^3$ арқылы берілген, мұндағы $A = 1$ м$^{-1} \cdot$ с$^{-1}$. Ағыстың құйынсыз екенін көрсетіңіз және осы ағыс үшін жылдамдық потенциалын анықтаңыз. Ағын сызықтары мен изопотенциал сызықтарды салыңыз. Олардың өзара ортогональ екенін визуалды түрде көрсетіңіз.

7. Екі өлшемді ағыс өрісі үшін ағын функциясы келесі түрде берілген $\Psi = 5x^2y - (5/3)y^3$. Сәйкес жылдамдық потенциалын табыңыз.

8. $\phi = x^3 - 3xy^2$ жылдамдық потенциалына сәйкес келетін ағын функциясын анықтаңыз. Координаталар басынан өтетін $\Psi = 0$ болатын ағын сызығын салыңыз.

9. Ағыс өрісі келесі ағын функциясы арқылы берілген $\Psi = A\theta + Br\sin\theta$. Сәйкес жылдамдық потенциалын анықтаңыз және осы ағыс өрісінің тежелу нүктесін анықтаңыз.

10. Тұтқырсыз ағыс өрісінің жылдамдық потенциалы берілген $\phi = -(3xy^2 - y^3)$. Сұйық ретінде су қарастырылады және биіктіктің өзгерісі елеусіз аз болса (1; 2) және (4; 4) нүктелерінің арасындағы қысымдар айырмашылығын есептеңіз.

11. Ағыстың жылдамдық потенциалы $\phi = \frac{a}{2}(x^2 - y^2)$ берілген. Мұндағы a - тұрақты. Сәйкес ағын функциясын анықтап, ағын сызықтарын салыңыз.

12. Екі өлшемді тұтқырсыз, сығылмайтын сұйық ағысының ағын функциясы $\Psi = -2(x - y)$ берілген. а) Үзіліссіздік теңдеуі қанағаттана ма? б) Ағыс өрісі құйынсыз ба? Егер құйынсыз болса, сәйкес жылдамдық потенциалын табыңыз. с) Горизонталь бағытта x=0.6 м, y=0.6 м нүктесіндегі қысым градиентін табыңыз.

13. Тұтқырсыз, сығылмайтын сұйық ағысы үшін жылдамдық потенциалы $\phi = 2x^2y - \frac{2}{3}y^3$ берілген. Сұйық ретінде су қарастырылады. Егер x=1 м, y=1 м нүктесінде қысым 200 кПа болса, x=2 м, y=2 м нүктесіндегі қысымды анықтаңыз.

14. Орнықталған біртекті сығылмайтын тұтқырсыз сұйықтың 2D ағысы x-осімен 30^0 бұрыш жасайды. а) Осы ағыс үшін жылдамдық потенциалы мен ағын функциясын анықтаңыз. б) Вертикаль y бағытындағы қысым градиентінің өрнегін анықтаңыз.

15. Жылдамдық потенциалы $\phi = -k(x^2 - y^2)$ суретте көрсетілгендей шексіз жазық бетке қарсы бағытталған ағысты сипаттайды (мұндағы k-тұрақты). Тежелу нүктесі маңындағы ағыс үшін жазық беттің бойындағы қысым градиенті келесі түрде беріледі $\frac{\partial p}{\partial x} = Ax$, мұндағы A – тұрақты. Берілген жылдамдық потенциалы арқылы осы ағыс үшін осы қысым градиентінің дұрыс екенін көрсетіңіз.

16. Сығылмайтын тұтқырсыз ағыс өрісі $\Psi = -2Ax - 5Ay$ ағын функциясы арқылы берілген, мұндағы A=1 м/с. $\Psi = 0$ және $\Psi = 5$ болғандағы ағын сызықтарын салыңыз. (2; 2) және (4; 1) нүктелерінен өтетін ағын сызықтарының арасындағы ағын шығынының мәнін анықтаңыз.

17. Екі өлшемді ағыстың жылдамдық өрісі берілген: $u = Axy$, $v = By^2$, A=1, $B = -\frac{1}{2}$. Осы жылдамдық өрісі

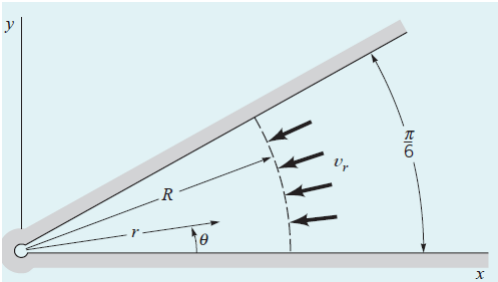
сығылмайтын сұйық ағысын сипаттайтынын көрсетіңіз. y=0, x=1, y=1 және x=0 - мен шектелген қисық бойынша циркуляцияны есептеңіз. (x; y)=(1; 1) нүктесіндегі роторды есептеңіз.

18. $\vec{V} = (Ay + B)\vec{i} + Ax\vec{j}$ жылдамдық өрісі арқылы берілген ағысты қарастырайық, A=6, $B = 3$. Ағын функциясының өрнегін анықтаңыз, бірінші ширекте ағын сызықтарын салыңыз. y=0, x=1, y=1 және x=0 - мен шектелген қисық бойынша циркуляцияны есептеңіз.

19. $\vec{V} = Axy\vec{i} + By^2\vec{j}$ жылдамдық өрісін қарастырайық, мұндағы A=4, $B = -2$. Ағын функциясының өрнегін анықтаңыз, бірінші ширекте бірнеше ағын сызықтарын салыңыз. y=0, x=1, y=1 және x=0 - мен шектелген қисық бойынша циркуляцияны есептеңіз. Құйын векторын анықтаңыз.

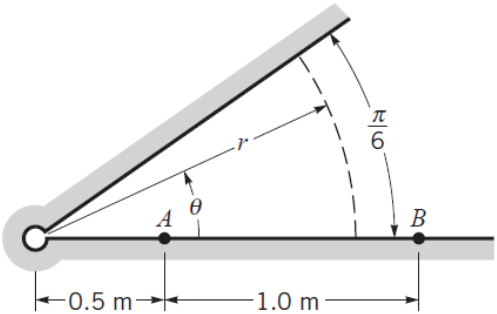
20. Ағыс өрісі $\psi = x^2 - y^2$ ағын функциясымен берілген. Сәйкес жылдамдық өрісін табыңыз. Осы ағыс өрісінің құйынсыз екенін көрсетіңіз. Бірнеше ағын сызықтарын салыңыз және жылдамдық өрісін сызып көрсетіңіз.

21. Тұтқырсыз сығылмайтын сұйық суретте көрсетілгендей сына тәрізді қабырға арасымен саңылауға қарай ағады (Сурет 124). Ағысты сипаттайтын жылдамдық потенциалы $\varphi = -2lnr$. Ағыстың бірлік ұзындыққа келетін шығынын анықтаңыз.



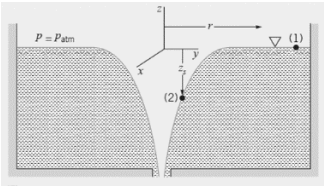
Сурет 124

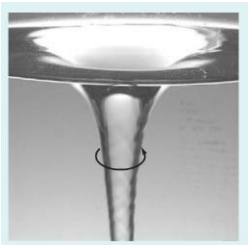
22. Тұтқырсыз сығылмайтын сұйық суретте көрсетілгендей сына тәрізді қабырға арасымен саңылауға қарай ағады (Сурет 125). Жылдамдық потенциалы $\varphi = -2lnr$. А және В нүктелерінің арасындағы қысымдардың айырмашылығын табыңыз.



Сурет 125

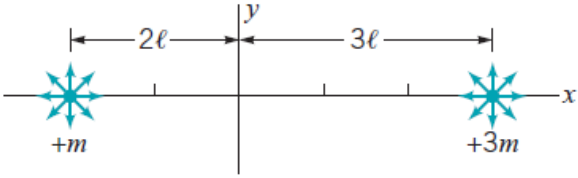
23. Сұйық суретте көрсетілгендей үлкен ыдыстан кішкентай саңылауға қарай ағады (Сурет 126). Ағыстың жылдамдық потенциалы $\varphi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\theta$. Беттің формасын циркуляция арқылы анықталған құйын қуатымен байланыстыратын өрнекті табыңыз.





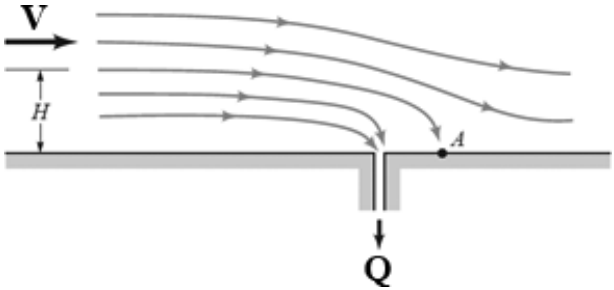
Сурет 126

24. Қуаты m және 3m болатын бұлақтар суретте көрсетілгендей x өсінің бойында орналасқан (Сурет 127). Нәтижесінде пайда болатын ағыстың тежелу нүктесінің координатасын анықтаңыз.



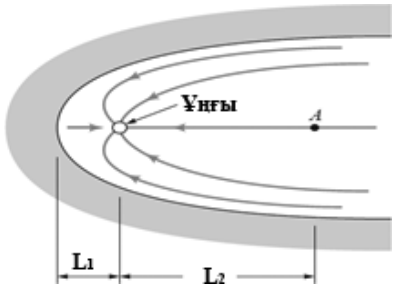
Сурет 127

25. Су жазық беттің үстімен 1,2 м/с жылдамдықпен ағады (Сурет 128). Насос жіңішке саңылау арқылы суды 0,027 м^3/с шығынмен төмен қарай тартып жатыр. Сұйық сығылмайтын және тұтқырсыз деп қарастырылады, сондай-ақ, ағыс біртекті ағын мен ұраның қосындысымен алмастырылады.Тежелу нүктесі А нүктесіде орналасқан. Тежелу нүктесі үшін ағын сызығының теңдеуін анықтаңыз. Сұйық саңылауға жұтылып кетпес үшін қабырға бетінен қандай Н биіктікте орналасуы керек?



Сурет 128

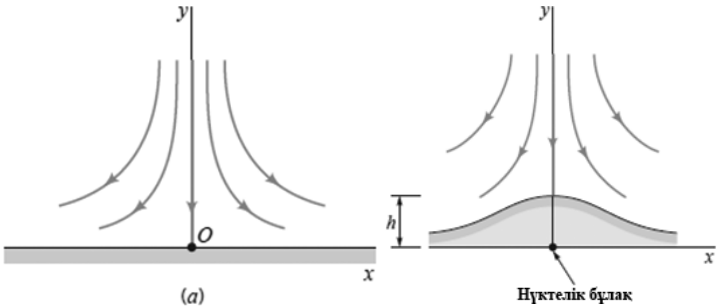
26. Тоғанның бір жағында суретте көрсетілгендей жағалау сызығы орналасқан (Сурет 129). Жағалау маңына суды сорып шығару үшін ұңғы орналастырылған. Ұңғы жағалаудан L_1=5м, ал А нүктесінен L_2=15 м қашықтықта орнасаласқан. Егер су ұзындығы 3 м ұңғы арқылы 0.08 м^3/с шығынмен өндірілетін болса, А нүктесіндегі жылдамдық неге тең?



Сурет 129

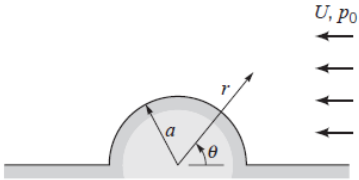
27. Жазық пластина бетіне қарсы бағытта ағып жатқан потенциалды ағыс $\psi = Axy$ ағын функциясымен сипатталады (A=const). Ағыстың бұл түрі ***O*** -тежелу нүктесі маңындағы ағысты сипаттауға қолданылатындықтан «тежелу нүктесі» ағысы деп аталады (Сурет 130). ***O*** - нүктесіне қуаты ***m*** болатын бұлақ орнату арқылы дөңес пластинаға қарсы ағып жатқан «тежелу нүктесі» ағысын сипаттайтын ағысты алуға

болады. Дөңестің қалыңдығы ***h*** пен ***A*** тұрақтысының арасындағы байланысты және бұлақ қуаты ***m***-*ды* табыңыз.



Сурет 130

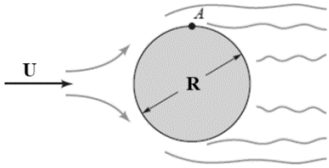
28. Тұтқырсыз, сығылмайтын сұйық жазық пластинаға орнатылған шексіз ұзын дөңес бетті ағып өтеді (Сурет 131). Дөңес беттен қашықтықта ағыс өрісі бірқалыпты және қысым p_0. а) Дөңес беттің бойындағы максималды және минималды қысымды анықтаңыз және ол нүктелердің координатасын көрсетіңіз. Жауабыңызды ρ, U және p_0 арқылы өрнектеңіз. б) Егер қатты бет үшін ағын сызығы $\psi = 0$ болса, онда $\theta = \pi/2,\ r=2a$ нүктесі арқылы өтетін ағын сызығының өрнегін анықтаңыз.



Сурет 131

29. Су диаметрі 1.8 м болатын көпір тіреуін 3.6 м/с жылдамдықпен ағып өтеді (Сурет 132). Судың тіреуге түсіретін (бірлік ұзындыққа сәйкес келетін) күшін есептеңіз.

Ағысты цилиндрдің алдыңғы жартысын ағып өтетін тұтқырсыз, сығылмайтын сұйық ағысы деп қарастырыңыз. Бірақ ағыстың үзілуі салдарынан цилиндрдің артқы жарты бөлігіндегі орташа қысым тұрақты және шамамен А нүктесіндегі қысымның жартысына тең.

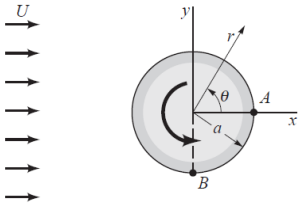


Сурет 132

30. Біртекті ағыстағы айналып тұрған цилиндр үшін жылдамдық потенциалы

$$\varphi = Ur\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)cos\theta + \frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

мұндағы Г – циркуляция (Сурет 133). Циркуляцияның қандай мәнінде тежелу нүктесі а) А нүктесінде, б) В нүктесінде орналасады?

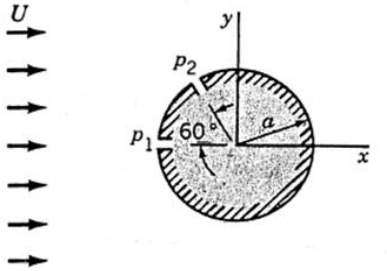


Сурет 133

31. Шексіз ұзын дөңгелек цилиндрді ағып өтетін сұйықты тұтқырсыз және сығылмайтын деп қарастырыңыз. Суретте көрсетілгендей цилиндр бетінде p_1 және p_2 қысымдары өлшенеді. Еркін ағыстың U жылдамдығы $\Delta p = p_1 - p_2$ қысым градиентімен төмендегідей байланысады

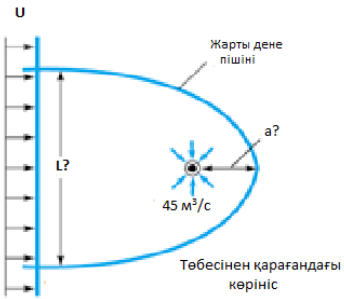
$$U = C\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$$

Мұндағы ρ – сұйық тығыздығы. C - тұрақтысының мәнін анықтаңыз (Сурет 134). Массалық күштердің әсерін ескермеңіз.



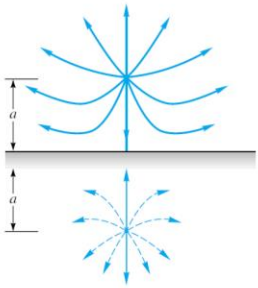
Сурет 134

32. Теңіз жағалауынан белгілі бір қашықтықта орналасқан электр станциясы 9 м тереңдікте суды 45 м^3/с шығынмен тартады (Сурет 135). Егер судың көтерілу-қайту жылдамдығы 0,21 м/с болса, а) судың сіңірілу әсері ағыстың төменгі жағында қандай a - қашықтыққа дейін таралады? б) суды сіңіру әсері көтерілу-қайту ағысының L қандай енін қамтыйды?

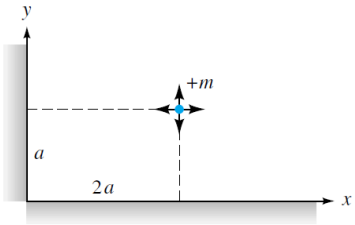


Сурет 135

33. Қабырғадан a - қашықтықта нүктелік бұлақ орналасқан (Сурет 136). Осы ағыс үшін қабырғада тежелу нүктесінде жылдамдықтың мәні нөлге тең және қабырға бойымен алыстай отырып жылдамдық ең үлкен мәніне жетеді де, бұлақтан алыс қашықтықта нөлге дейін азаяды. Бұлақ қуаты 8 $м^2/с$, қабырғадағы максималды жылдамдық мәні 5 м/с болуы үшін бұлақ қабырғадан қандай қашықтықта орналасуы қажет?



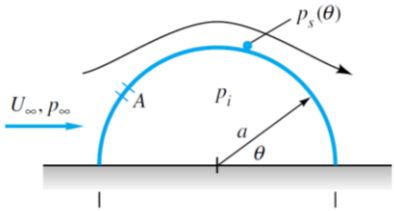
Сурет 136



Сурет 137

34. Екі қабырғадан әртүрлі қашықтықта орналасқан нүктелік бұлақ ағысын есептеу үшін бейнелеу жүйесін қолданыңыз (Сурет 137). У-осінде жылдамдық максималды мәнге ие болатын нүктені табыңыз.

35. Жылдамдығы U_∞ болатын жел p_∞ қысыммен радиусы a, ұзындығы L болатын жартылай цилиндрді ағып өтеді (Сурет 138). Цилиндрдің ішкі қысымы p_i. Тұтқырсыздық теориясын пайдаланып p_i және p_s қысымдары айырмашылығы салдарынан цилиндрге әсер ететін қорытқы көтеру күшінің өрнегін жазыңыз.



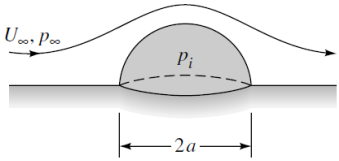
Сурет 138

36. $f(z) = U_\infty(z + \frac{a^2}{z})$ комплекстік потенциал функциясын зерттеңіз және ағыс картинасын түсіндіріңіз.

37. $f(z) = U_\infty z + m \cdot Ln\left(\frac{z+a}{z-a}\right)$ комплекстік потенциал функиясын зерттеңіз және ағыс картинасын түсіндіріңіз.

38. Қатты жел кезінде №36 есептегі көтеру күшінің мәні айтарлықтай үлкен болады. Цилиндр бетінің А нүктесіндегі тесік p_i қысымын цилиндр бетіндегі p_A қысымына теңгеру үшін жасалған деп есептеңіз. Желдің қорытқы көтеру күші 0-ге тең болуы үшін А нүктесіндегі тесік қандай θ бұрышта орналасуы керек?

39. Жазық бетте орналасқан жарты сфераны U_∞ жылдамдықпен ағып өтіп жатқан ауаны қарастырайық (Сурет 139). Егер ішкі қысым p_i болса, жарты сфера бетіндегі қысым күшін анықтайтын өрнекті табыңыз. №39 есептегідей тұтқырсыздық теориясына сәйкес қысым күші 0-ге тең болатындай жарты сфераның бетінде қай нүктеде А тесігі орналастырылуы керек?



Сурет 139

40. x осі бағытындағы U біртекті ағысы (a; 0) нүктесіндегі бұлақ (m>0) және (-a, 0) нүктесіндегі ұрамен (m<0) бірігеді. Пайда болған күрделі ағыстың ағын сызығын салыңыз және тежелу нүктесін табыңыз.

4. Сығылмайтын тұтқырлы сұйықтардың гидродинамикасы

Тұтқырлы сұйықтардың қозғалысын сипаттайтын теңдеулер жүйесінің шешімдерін табу әдетте, үлкен қиындық тудырады. Осындай теңдеулердің түрлі жуықтаулары кең қолданыс тапты. Қолданылатын жуықтаулардың мағынасын ашу үшін теңдеулерге кіретін шамаларды олардың белгілі бір сипаттаушы мәндеріне бөліп, бастапқы теңдеулерді өлшемсіз түрде жазу пайдалы. Біртекті сығылмайтын сызықты тұтқыр сұйық үшін теңдеулер жүйесі өлшемсіз түрде

$$div\,\vec{v} = 0$$

$$St\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2\vec{v}$$

түрінде жазылады.

Егер $\mathrm{Re} \ll 1$ және $St \cdot Re \ll 1$ болса, онда қозғалыс теңдеулерінде тұтқырлыққа байланысты мүшелермен салыстырғанда инерциялық мүшелерді, яғни үдеуді ескермеуге болады. Осылайша **Стокс жуықтауына** сәйкес келетін теңдеулер шығады.

Егер $Re \gg 1$ болса, онда теңдеулердегі тұтқыр мүшелер салыстырмалы түрде аз. Алайда, шекаралық шарттар орындалғанда барлық ағын облысы үшін оларды толығымен ескермеуге болмайды, себебі, жалпы айтқанда, осы шекаралық шарттарды қанағаттандыратын Эйлер теңдеулерінің шешімдерін табу мүмкін емес. Re үлкен болғанда дене маңында салыстырмалы түрде жұқа шекаралық қабат пайда болады. Шекаралық қабаттың ішінде тұтқырлықтың ағынға әсері айтарлықтай, ал сыртында әдетте, ондай әсерді ескермеуге болады. Навье-Стокс теңдеулерін шекаралық қабаттағы қозғалысты сипаттағанда

қабаттың жұқалығына байланысты қарапайымдатылған **шекаралық қабат теңдеулерімен** алмасыруға болады. Рейнольдс саны үлкейгенде пайда болатын басқа құбылыс - ол ағынның орнықсыздығының жоғалуы. Жеткілікті үлкен Рейнольдс сандарында ағын әдетте күрделі хаосты сипатқа ие болады: ағынның барлық сипаттаушы параметрлері хаотикалы реттелген мәндердің айналасында ырши толқиды. Бұл құбылыс **турбуленттілік** деп аталады. Турбулентті ағындарды сипаттау үшін бүгінде Навье-Стокс теңдеулері қолданылмайды.

4.1. Ньютондық сұйықтар

Сұйықтың немесе газдың идеалдылық қасиеттері оларда жанама кернеулердің жоқтығымен және осыдан шығарылатын кернеу тензорының сфералығы шартымен өрнектеледі (E - бірлік тензор)

$$P = -pE \tag{1}$$

және бұл шарт орындалғанда барлық нормаль кернеулерді ортаның берілген нүктесінде бір скаляр шама - қысым арқылы өрнектеуге болады. (1) теңдеуі қарапайым реологиялық теңдеулердің мысалын көрсетеді. Ортаның реологиялық теңдеулері деп кернеу, деформация тензорларының компоненттерін және олардың уақыт бойынша туындыларын байланыстыратын теңдеулерді түсінеді. Мұндай теңдеулер қарастырылып отырған ортаның түрлі қозғалыстары кезінде бірдей болуы немесе оның әртүрлі мүмкін болатын қозғалыстарының сипатынан тәуелді болуы мүмкін. Реология тұтас ортаның аққыштығы туралы ең жалпы ілім болып табылады.

(1)-ден кейін күрделілік реті бойынша келесі реологиялық теңдеу болып кәдуілгі тұтқыр сұйықтың қозғалыс теңдеуі табылады. Қарапайым жағдайда түзу

сызықты ламинарлы ығысу қозғалысының теңдеуі кернеу тензорының жанама құраушысы (үйкеліс) τ және ығысу жылдамдығының ағын бағытына көлденең бағытта туындысы $\partial u/\partial y$, яғни, деформация жылдамдығы тензорының жанама құраушысы арасындағы пропорционалдылықты сипаттайтын Ньютонның белгілі реологиялық заңына келеді:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \tag{2}$$

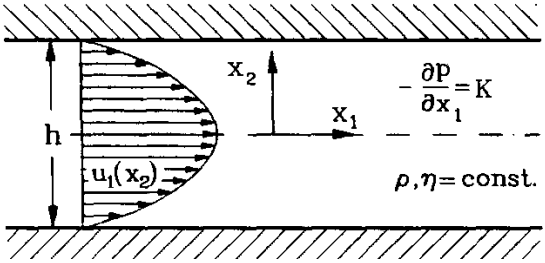
Сұйықтың қысымынан тәуелсіз, температурасынан ғана тәуелді болуы мүмкін пропорционалдық коэффициенті μ динамикалық тұтқырлық коэффициенті деп аталады. Кинематикалық тұтқырлық коэффициенті келесі қатынас арқылы өрнектеледі:

$$\nu = \mu/\rho \tag{3}$$

Реологиялық теңдеу (2) тұтқыр сұйықтың кез келген кеңістіктік қозғалысына сәйкес келетін кернеу және деформация жылдамдығы тензорлары арасындағы сызықтық байланысты өрнектейтін жалпы заңның дербес жағдайы. Жалпыланған Ньютон заңы деген атқа ие бұл заң «ньютондық» деп аталатын көптеген сұйықтар және аса сиретілмеген газдар үшін орындалады.

4.1-1-есеп. Каналдағы Пуазейль ағыны

Тығыздығы және тұтқырлығы тұрақты сығылмайтын ньютондық сұйық ені шектелмеген екі параллель пластиналар арасында ағады. Көлемдік күштер ескерілмейді.



Сурет 140

Пластиналар арасындағы h қашықтық, қысым градиентінің компоненттері

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = -K, \quad \frac{\partial p}{\partial x_2} \equiv 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x_3} \equiv 0,$$

және пластиналар арасындағы жылдамдық өрісі

$$u_1(x_2) = \frac{K}{2\eta}\left(\frac{h^2}{4} - {x_2}^2\right), \quad u_2 \equiv 0, \quad u_3 \equiv 0$$

берілген. Сонда:

a) Берілген жылдамдық өрісі үзіліссіздік және Навье-Стокс теңдеулерін қанағаттандыратынын көрсетіңіз;

b) Кернеу тензорының құраушыларын анықтаңыз;

c) Ф диссипация функциясын есептеңіз;

d) Қуыс ішіндегі бірлік тереңдікке, ұзындыққа және уақытқа тиісті жылуға диссипацияланған энергияны табыңыз;

e) Бас кернеулерді және олардың бағыттарын анықтаңыз.

Берілгендері: $\partial p/\partial x_i$, u_i, h, ρ, η.

Шешуі